

Cahier de vacances de mathématiques

Passage Seconde → Première — Niveau renforcé, préparation à la spécialité

30 exercices — Sans corrigé

Mode d'emploi



Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

Ce cahier est destiné à consolider les acquis de Seconde avant l'entrée en Première et à préparer progressivement les exigences de la spécialité mathématiques : calcul précis, raisonnement, rédaction, modélisation et autonomie.

Chaque exercice est précédé d'un encadré **Indications de cours**. Ces indications rappellent uniquement les définitions, propriétés ou méthodes nécessaires. Elles ne donnent ni la démarche complète ni le résultat.

Conseil de travail. Poser les calculs, justifier les transformations, écrire les unités lorsqu'il y en a et contrôler la vraisemblance des résultats. La calculatrice peut servir à conjecturer ou vérifier, mais elle ne remplace pas une démonstration.

Répartition des 30 exercices

Partie	Notions travaillées	Exercices
I	Nombres, calculs, arithmétique	1 à 5

Partie	Notions travaillées	Exercices
II	Calcul littéral, équations et inéquations	6 à 8
III	Fonctions et représentations	9 à 14
IV	Géométrie repérée, vecteurs et droites	15 à 20
V	Statistiques et probabilités	21 à 24
VI	Algorithmique et Python	25 à 26
VII	Premiers pas vers la Première	27 à 30

Partie I — Nombres, calculs et arithmétique

Exercice 1 — Ensembles de nombres et intervalles

Indications de cours

On rappelle les inclusions

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Un intervalle traduit un ensemble de réels satisfaisant une ou plusieurs inégalités. Pour deux ensembles A et B , $A \cap B$ désigne leur intersection et $A \cup B$ leur réunion.

Énoncé

1. Indiquer le plus petit ensemble parmi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ auquel appartient chacun des nombres suivants :

$$-7, \quad 0,125, \quad \frac{11}{6}, \quad \sqrt{49}, \quad \sqrt{5}.$$

2. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que

$$-3 \leq x < 5.$$

3. Écrire sous forme d'intervalles l'ensemble des réels x tels que

$$x \leq 2 \quad \text{ou} \quad x > 6.$$

4. On pose

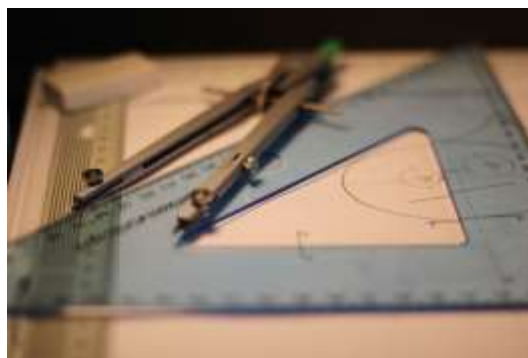
$$A = [-4; 3], \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 7\}.$$

Déterminer $A \cap B$ puis $A \cup B$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$|x - 2| \leq 5.$$

6. Représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.



Exercice 2 — Fractions, puissances et ordre de grandeur

Indications de cours

Pour $a \neq 0$ et des entiers m, n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}.$$

L'écriture scientifique d'un nombre non nul est de la forme

$$a \times 10^n \quad \text{avec} \quad 1 \leq |a| < 10.$$

Énoncé

Effectuer les calculs suivants en donnant des résultats exacts et simplifiés.

$$A = \frac{5}{6} - \frac{7}{15} + \frac{1}{10}.$$

$$B = \frac{3}{4} \div \frac{9}{14}.$$

$$C = \frac{2^7 \times 2^{-3}}{2^2}.$$

$$D = \frac{3^4 \times 5^2}{15^2}.$$

1. Écrire en notation scientifique :

$$0,0000725 \times 3,2 \times 10^8.$$

2. Une cellule mesure environ 8×10^{-6} m. Combien de cellules, placées bout à bout, faudrait-il approximativement pour parcourir 1 cm ?
3. Donner un ordre de grandeur du produit

$$4,98 \times 10^7 \times 2,04 \times 10^{-3}.$$



Exercice 3 — Arithmétique et nombres premiers

Indications de cours

Un entier a est divisible par un entier non nul b s'il existe un entier k tel que $a = bk$. Tout entier supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme produit de nombres premiers.

Pour deux entiers, la décomposition en facteurs premiers permet notamment de déterminer le plus grand diviseur commun et le plus petit multiple commun.

Énoncé

1. Décomposer en facteurs premiers :

$$756 \quad \text{et} \quad 1\,260.$$

2. En déduire leur plus grand diviseur commun.
3. Simplifier au maximum la fraction

$$\frac{756}{1\,260}.$$

4. Trouver le plus petit entier strictement positif divisible à la fois par 18, 30 et 42.
5. Démontrer que la somme de trois entiers consécutifs est toujours divisible par 3.
6. Démontrer que le carré d'un entier impair est impair.

7. La proposition « si n^2 est divisible par 6, alors n est divisible par 6 » est-elle vraie ? Justifier soigneusement.

Exercice 4 — Racines carrées et valeurs exactes

Indications de cours

Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}.$$

On cherche souvent à extraire les carrés parfaits du radical. Les identités remarquables permettent aussi de comparer ou simplifier certaines expressions comportant des racines.

Énoncé

1. Simplifier :

$$\sqrt{72}, \quad \sqrt{200}, \quad \sqrt{12} \times \sqrt{27}.$$

2. Calculer exactement :

$$A = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}).$$

3. Développer et réduire :

$$B = (\sqrt{3} + 2)^2.$$

4. Comparer sans calculatrice :

$$3\sqrt{5} \quad \text{et} \quad 2\sqrt{11}.$$

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$x^2 = 45.$$

6. Un carré a une aire de 98 cm^2 . Donner la longueur exacte de son côté puis une valeur approchée au millimètre près.

Exercice 5 — Pourcentages et évolutions successives

Indications de cours

Une hausse de $t\%$ correspond à un coefficient multiplicateur

$$1 + \frac{t}{100},$$

et une baisse de $t\%$ à

$$1 - \frac{t}{100}.$$

Pour des évolutions successives, on multiplie les coefficients multiplicateurs. Une hausse de $t\%$ suivie d'une baisse de $t\%$ ne ramène généralement pas à la valeur initiale.

Énoncé

Un ordinateur coûte initialement 960 €.

1. Son prix augmente de 8% . Calculer le nouveau prix.
2. Le commerçant accorde ensuite une remise de 12% . Calculer le prix final.
3. Déterminer le taux d'évolution global entre le prix initial et le prix final.

4. Quel pourcentage de hausse faudrait-il appliquer au prix final pour revenir exactement à 960 € ?
5. Un autre produit subit successivement une baisse de 20% puis une hausse de 25%. Comparer son prix final à son prix initial.
6. Une population augmente de 3% par an. Par quel coefficient sa taille est-elle multipliée en cinq ans ?
7. Estimer le taux global correspondant, arrondi au dixième de pour cent.



Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

Partie II — Calcul littéral, équations et inéquations

Exercice 6 — Développer, factoriser, transformer

Indications de cours

Les identités remarquables sont :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

Factoriser consiste à transformer une somme en produit.

Énoncé

1. Développer et réduire :

$$A(x) = (3x - 2)^2 - (x + 4)(2x - 1).$$

2. Factoriser :

$$B(x) = 5x(x - 3) + 2(x - 3).$$

3. Factoriser :

$$C(x) = 9x^2 - 25.$$

4. Factoriser complètement :

$$D(x) = (2x + 1)^2 - 4x^2.$$

5. Montrer que, pour tout réel x ,

$$(x + 3)^2 - (x - 3)^2 = 12x.$$

6. Simplifier, en précisant les valeurs interdites :

$$E(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x - 4}.$$

Exercice 7 — Équations et systèmes

Indications de cours

Une équation est une égalité contenant une inconnue. On peut effectuer la même opération sur les deux membres tant qu'elle est autorisée. Pour une équation-produit :

$$AB = 0 \Leftrightarrow A = 0 \quad \text{ou} \quad B = 0.$$

Un système de deux équations à deux inconnues peut être résolu par substitution ou combinaison linéaire.

Énoncé

1. Résoudre :

$$5(2x - 3) - 4 = 3(x + 2).$$

2. Résoudre :

$$(3x - 7)(2x + 5) = 0.$$

3. Résoudre :

$$\frac{2x - 1}{3} = \frac{x + 5}{4}.$$

4. Résoudre le système :

$$2x + 3y = 17, \quad 5x - y = 11.$$

5. Dans une papeterie, trois cahiers et deux stylos coûtent 12,40 €, tandis que deux cahiers et cinq stylos coûtent 15,10 €. Déterminer le prix d'un cahier et celui d'un stylo.
6. Vérifier la cohérence du résultat obtenu avec les deux achats.

Exercice 8 — Inéquations et problèmes de seuil

Indications de cours

Lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif, on inverse le sens de l'inégalité.

Pour étudier le signe d'un produit ou d'un quotient, on repère d'abord les valeurs qui annulent les facteurs ou les dénominateurs puis on construit un tableau de signes.

Énoncé

1. Résoudre :

$$4x - 7 \leq 3x + 5.$$

2. Résoudre :



Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

$$-3(2x - 1) > 5x + 4.$$

3. Résoudre :

$$(x - 4)(2x + 3) \geq 0.$$

4. Résoudre :

$$\frac{x - 2}{x + 5} < 0.$$

5. Une salle de sport propose deux formules :

- formule A : 18 € par mois et 4 € par séance ;
- formule B : 42 € par mois et 1 € par séance.

On note n le nombre de séances mensuelles. Déterminer à partir de combien de séances la formule B est strictement plus avantageuse.

6. Interpréter graphiquement cette comparaison à l'aide de deux fonctions affines.

Partie III — Fonctions et représentations

Exercice 9 — Images, antécédents et lecture graphique

Indications de cours

Si f est une fonction, $f(x)$ est l'image de x . Résoudre $f(x) = k$ revient à rechercher les antécédents de k .



Sur un graphique, une image se lit verticalement et un antécédent horizontalement.

Énoncé

On considère la fonction

$$f(x) = x^2 - 4x + 1.$$

1. Calculer $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$ et $f(5)$.
2. Vérifier que

$$f(x) = (x - 2)^2 - 3.$$

3. Déterminer les antécédents de 1.
4. Déterminer les antécédents de -3 .
5. L'équation $f(x) = -4$ admet-elle une solution réelle ? Justifier sans résoudre une équation compliquée.
6. Déterminer la valeur minimale de f .
7. Esquisser la courbe représentative de f à partir des informations précédentes.

Exercice 10 — Fonctions affines

Indications de cours

Une fonction affine s'écrit

$$f(x) = ax + b.$$

Le nombre a est le coefficient directeur. Si $a > 0$, la fonction est croissante ; si $a < 0$, elle est décroissante.

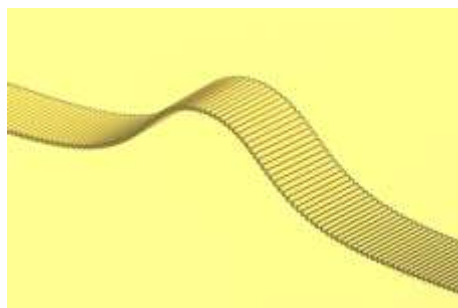
Deux points distincts $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ déterminent une droite dont le coefficient directeur vaut

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Énoncé

1. Déterminer la fonction affine f telle que

$$f(2) = 7 \quad \text{et} \quad f(6) = 19.$$
2. Déterminer son sens de variation.
3. Résoudre $f(x) = 0$.
4. Résoudre $f(x) \geq 10$.
5. Une compagnie de taxi facture une prise en charge fixe puis un prix proportionnel à la distance. Une course de 4 km coûte 13 € et une course de 10 km coûte 25 €. Déterminer le prix fixe et le prix par kilomètre.
6. Calculer le coût d'une course de 18 km.
7. Quelle distance peut-on parcourir avec un budget de 41 € ?



Exercice 11 — Fonction carré et équations

Indications de cours

La fonction carré est définie sur $\mathbb{R}$ par

Site web : lepio.fr • Email : contact@lepio.fr

Association portée par France Active • Association déclarée « Service à la Personne » habilitée à recevoir les CESU



Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

$$f(x) = x^2.$$

Elle est décroissante lorsque $x \leq 0$ et croissante lorsque $x \geq 0$. Une équation du type $x^2 = a$ possède deux solutions opposées si $a > 0$, une seule si $a = 0$ et aucune si $a < 0$.

Énoncé

1. Comparer sans calculatrice :

$$(-3,7)^2 \quad \text{et} \quad (-4,1)^2.$$

2. Résoudre :

$$x^2 = 81.$$

3. Résoudre :

$$x^2 < 25.$$

4. Résoudre :

$$(x - 3)^2 = 16.$$

5. Résoudre :

$$(2x + 1)^2 \leq 9.$$

6. Pour quelles valeurs de x a-t-on

$$x^2 \leq 4x + 5 ?$$

On pourra commencer par tout ramener dans le même membre puis factoriser.

Exercice 12 — Fonction inverse

Indications de cours

La fonction inverse est définie pour $x \neq 0$ par



$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Elle est décroissante pour $x < 0$ et également pour $x > 0$, sur chacun de ces deux domaines séparément. Pour résoudre une équation ou inéquation comportant un quotient, il faut toujours tenir compte des valeurs interdites.

Énoncé

1. Donner l'ensemble de définition de

$$f(x) = \frac{3}{x-2}.$$

2. Calculer $f(-1)$, $f(0)$, $f(3)$ et $f(5)$.

3. Résoudre :

$$\frac{3}{x-2} = 6.$$

4. Résoudre :

$$\frac{3}{x-2} > 0.$$

5. Résoudre :

$$\frac{x+1}{x-2} = 2.$$

6. Expliquer pourquoi la courbe de f ne coupe jamais la droite d'équation $x = 2$.

7. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe avec l'axe des ordonnées, s'il existe.



Exercice 13 — Fonction racine carrée et domaine de définition

Indications de cours

La fonction racine carrée est définie pour $x \geq 0$ par

$$f(x) = \sqrt{x}.$$

Une expression $\sqrt{u(x)}$ n'est définie que lorsque

$$u(x) \geq 0.$$

Énoncé

1. Donner l'ensemble de définition de

$$f(x) = \sqrt{2x-6}.$$

2. Calculer $f(3)$, $f(5)$ et $f(11)$.

3. Résoudre :

$$\sqrt{2x-6} = 4.$$

4. Donner l'ensemble de définition de



Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

$$g(x) = \sqrt{(x-1)(x+4)}.$$

5. Un carré a pour aire $A \text{ cm}^2$. Exprimer son périmètre en fonction de A .
6. Pour quelles valeurs de A cette expression a-t-elle un sens dans le contexte géométrique ?
7. Étudier l'évolution du périmètre lorsque l'aire augmente.

Exercice 14 — Variations et optimisation

Indications de cours

Étudier les variations d'une fonction consiste à préciser sur quels intervalles elle est croissante ou décroissante. Un maximum ou un minimum peut être obtenu par lecture graphique, par transformation algébrique ou par comparaison.

Énoncé

On dispose de 30 m de grillage pour construire un enclos rectangulaire contre un mur. Seuls trois côtés doivent être grillagés. On note x la largeur, perpendiculaire au mur.

1. Exprimer la longueur du rectangle en fonction de x .
2. Montrer que son aire est donnée par

$$A(x) = 30x - 2x^2.$$

3. Préciser les valeurs possibles de x .
4. Montrer que

$$A(x) = -2\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{2}.$$

5. En déduire l'aire maximale possible.

6. Donner les dimensions correspondantes.
7. Un propriétaire souhaite une aire d'au moins 100 m^2 . Déterminer toutes les largeurs possibles.

Partie IV — Géométrie repérée, vecteurs et droites



Figure géométrique pédagogique illustrant la notion

Exercice 15 — Coordonnées et vecteurs

Indications de cours

Pour $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

Le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

Énoncé

Dans un repère orthonormé, on considère

$$A(-2; 1), \quad B(4; 5), \quad C(6; -1).$$

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. Déterminer le milieu I de $[AB]$.
3. Déterminer le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme, les sommets étant donnés dans cet ordre.
4. Vérifier le résultat à l'aide de vecteurs.
5. Calculer les longueurs AB , AC et BC .
6. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

Exercice 16 — Colinéarité et alignement

Indications de cours

Deux vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont colinéaires si et seulement si

$$xy' - yx' = 0.$$

Trois points A, B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Énoncé

On considère

$$A(1; 2), \quad B(5; 8), \quad C(7; 11), \quad D(-3; -4).$$

1. Les points A, B et C sont-ils alignés ?
2. Les points A, B et D sont-ils alignés ?
3. Déterminer le réel k tel que

$$\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AD},$$
 s'il existe.
4. Déterminer m pour que le point

$$M(m; 14)$$
 appartienne à la droite (AB) .
5. Déterminer les coordonnées d'un point N de la droite (AB) dont l'abscisse vaut -5 .



Exercice 17 — Équations de droites

Indications de cours

Une droite non verticale possède une équation réduite

$$y = mx + p,$$

où m est son coefficient directeur. Deux droites non verticales sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur.

Énoncé

1. Déterminer une équation de la droite (AB) avec

$$A(-1; 4), \quad B(3; -2).$$
2. Vérifier que le point $C(5; -5)$ appartient ou non à (AB) .
3. Déterminer l'équation de la droite d parallèle à (AB) passant par $D(2; 7)$.
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de d avec l'axe des ordonnées.
5. Déterminer l'équation de la droite e passant par $E(0; -3)$ et $F(6; 9)$.
6. Résoudre algébriquement le système formé par les équations de d et e .
7. Interpréter géométriquement la solution.

Exercice 18 — Droites parallèles et perpendiculaires

Indications de cours

Dans un repère orthonormé, deux droites de coefficients directeurs non nuls m et m' sont perpendiculaires lorsque

$$mm' = -1.$$

Une droite verticale a une équation de la forme $x = a$.

Énoncé

On considère les droites

$$d_1: y = 2x - 5,$$

$$d_2: y = -\frac{1}{2}x + 3,$$

et

$$d_3: y = 2x + 7.$$

1. Comparer d_1 et d_3 .
2. Comparer d_1 et d_2 .
3. Déterminer le point d'intersection de d_1 et d_2 .
4. Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à d_1 passant par $A(4; 1)$.
5. Déterminer l'équation de la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par $B(-3; 6)$.
6. Déterminer le point d'intersection de cette dernière droite avec d_1 .



Exercice 19 — Distance, milieu et cercle

Indications de cours

Dans un repère orthonormé :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Un point M appartient au cercle de centre O et de rayon r si et seulement si

$$OM = r.$$

Énoncé

Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

On considère

$$A(-4; 1), \quad B(2; 5).$$

1. Déterminer le milieu I de $[AB]$.
2. Calculer la longueur AB .
3. On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre I passant par A . Déterminer son rayon.
4. Le point $M(1; 0)$ appartient-il à $\mathcal{C}$?
5. Déterminer les points de $\mathcal{C}$ situés sur la droite verticale d'équation $x = -1$.
6. Expliquer pourquoi $[AB]$ est un diamètre de $\mathcal{C}$.

Exercice 20 — Problème de synthèse géométrique

Indications de cours

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, on peut montrer que deux côtés opposés définissent des vecteurs égaux. Pour prouver qu'un triangle est rectangle, on peut utiliser le théorème de Pythagore ou, dans un repère orthonormé, les coefficients directeurs de deux droites.

Énoncé

Dans un repère orthonormé, on considère

$$A(-2; -1), \quad B(4; 1), \quad C(3; 4).$$

1. Déterminer le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. Calculer les longueurs AB et BC .
3. Déterminer les coefficients directeurs des droites (AB) et (BC) .
4. En déduire la nature du parallélogramme $ABCD$.
5. Calculer les coordonnées du centre du quadrilatère.

6. Déterminer une équation de chacune des deux diagonales.
7. Vérifier que leurs équations donnent le même point d'intersection que celui obtenu à la question précédente.

Partie V — Statistiques et probabilités

Exercice 21 — Statistique descriptive

Indications de cours

La moyenne d'une série de valeurs x_i d'effectifs n_i vaut

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}.$$

La médiane partage une série ordonnée en deux groupes de même effectif. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur.

Énoncé

Les notes obtenues par une classe sont regroupées ci-dessous.

Note	6	8	10	12	14	16	18
Effectif	1	3	5	8	6	4	3

1. Calculer l'effectif total.
2. Calculer la moyenne de la classe.
3. Déterminer la médiane.
4. Déterminer les premier et troisième quartiles selon la définition usuelle du lycée.
5. Calculer l'étendue.
6. Quel pourcentage des élèves a obtenu au moins 14 ?
7. Le professeur ajoute une note de 20 à un élève absent. Étudier l'effet de cette nouvelle note sur la moyenne et la médiane.

Exercice 22 — Comparer deux séries statistiques

Indications de cours

Deux séries peuvent avoir la même moyenne tout en étant très différentes. L'étendue et l'écart interquartile donnent des informations sur la dispersion.

Énoncé

On relève les temps, en minutes, de deux groupes pour accomplir une même tâche.

Groupe A :

12, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 16, 18.

Groupe B :

8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20.

1. Calculer la moyenne de chaque groupe.
2. Déterminer la médiane de chaque groupe.
3. Déterminer les quartiles de chaque groupe.
4. Comparer les étendues.
5. Comparer les écarts interquartiles.
6. Quel groupe paraît le plus homogène ? Justifier par des indicateurs chiffrés.
7. Peut-on se contenter de comparer les moyennes pour décrire ces deux groupes ? Expliquer.



Exercice 23 — Probabilités sur un univers fini

Indications de cours

Pour deux événements A et B :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

L'événement contraire de A , noté $\overline{A}$, vérifie

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

Énoncé

Une urne contient 5 boules rouges, 4 boules bleues et 3 boules vertes, indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

1. Déterminer la probabilité d'obtenir une boule rouge.
2. Déterminer la probabilité de ne pas obtenir une boule verte.
3. On numérote les boules rouges de 1 à 5, les bleues de 1 à 4 et les vertes de 1 à 3. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule portant un numéro pair ?
4. On note A l'événement « la boule est rouge » et B l'événement « son numéro est inférieur ou égal à 2 ». Calculer $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$.
5. En déduire $P(A \cup B)$.
6. Traduire l'événement $\overline{A \cup B}$ par une phrase.
7. Calculer sa probabilité de deux manières différentes.

Exercice 24 — Deux tirages successifs

Indications de cours

Lors de plusieurs expériences successives, un arbre pondéré aide à représenter toutes les issues. La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités rencontrées sur ce chemin. La probabilité d'un événement obtenu par plusieurs chemins incompatibles est la somme des probabilités de ces chemins.

Énoncé

Une boîte contient 3 jetons rouges et 2 jetons bleus. On tire successivement deux jetons **sans remise**.

1. Construire un arbre représentant l'expérience.

2. Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons rouges.
3. Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons de couleurs différentes.
4. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un jeton bleu.
5. Refaire les trois calculs précédents si le premier jeton est remis dans la boîte avant le second tirage.
6. Comparer les deux modèles.
7. Expliquer pourquoi la remise modifie les probabilités du second tirage.

Partie VI — Algorithmique et Python

Exercice 25 — Variables, conditions et fonctions

Indications de cours

En Python, une fonction peut être définie par :

```
def nom(x):
    return expression
```

Une structure conditionnelle s'écrit :

```
if condition:
    instruction
else:
    autre_instruction
```

Énoncé

On considère le programme suivant :

```
def tarif(n):
    if n <= 10:
        return 15 + 3*n
    else:
        return 45 + 2*(n-10)
```



1. Calculer à la main `tarif(4)`.
2. Calculer à la main `tarif(10)`.
3. Calculer à la main `tarif(17)`.
4. Expliquer en français ce que fait ce programme.
5. Modifier le programme pour que le tarif de base soit 18 € au lieu de 15 €.
6. Écrire une fonction Python `signe(x)` qui renvoie 1 si $x > 0$, 0

si $x = 0$ et -1 si $x < 0$.

7. Écrire une fonction `image(x)` qui renvoie la valeur de $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$.

Exercice 26 — Boucles et recherche d'un seuil

Indications de cours

Une boucle `while` répète des instructions tant qu'une condition reste vraie. Une boucle `for` parcourt un ensemble d'indices.

Exemple :

```
n = 0
u = 100
while u < 200:
    u = 1.05*u
    n = n + 1
```

Énoncé

Une culture contient initialement 500 bactéries. Sa population augmente de 12% par heure.

1. Écrire le calcul donnant la population après une heure.
2. Écrire une fonction Python qui renvoie la population après n heures.
3. Écrire une boucle permettant de déterminer au bout de combien d'heures la population dépasse 2 000 bactéries.
4. Expliquer le rôle de chacune des variables utilisées.
5. Modifier le programme pour afficher toutes les populations successives jusqu'au dépassement du seuil.
6. Écrire un second programme utilisant une boucle `for` pour calculer les populations des 24 premières heures.
7. Expliquer la différence d'usage entre les deux types de boucles dans ce problème.

Partie VII — Premiers pas vers la Première

Exercice 27 — Découvrir les suites numériques

Indications de cours

Une suite numérique est une liste ordonnée de nombres. Une suite peut être définie explicitement, par exemple

$$u_n = 3n + 2,$$

ou par récurrence, par exemple

$$u_{n+1} = u_n + 4.$$

Une suite arithmétique évolue par ajout d'une même quantité ; une suite géométrique par multiplication par un même nombre.

Énoncé

1. On définit

$$u_n = 5 + 3n.$$

Calculer u_0, u_1, u_5 et u_{20} .

2. Calculer $u_{n+1} - u_n$.
3. Que peut-on conjecturer sur la nature de cette suite ?
4. On définit maintenant

$$v_0 = 200, \quad v_{n+1} = 1,04v_n.$$

Calculer v_1, v_2 et v_3 .

5. Expliquer le lien entre cette suite et une augmentation annuelle de 4%.
6. Comparer, après 10 étapes, l'évolution de u_n et de v_n sur le plan qualitatif : augmentation constante ou augmentation proportionnelle ?
7. Donner un exemple concret pouvant être modélisé par chacune des deux suites.

Exercice 28 — Premier contact avec le second degré

Indications de cours

Une fonction polynôme du second degré est de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

avec $a \neq 0$. Certaines expressions peuvent être factorisées grâce aux identités remarquables. Les racines sont les solutions de $f(x) = 0$.



Image decorative en lien avec le thème general du cahier (mathématiques, étude), sans rapport avec un exercice précis

Énoncé

On considère

$$f(x) = x^2 - 6x + 8.$$

1. Vérifier que

$$f(x) = (x - 2)(x - 4).$$

2. Résoudre $f(x) = 0$.
3. Étudier le signe de $f(x)$ à l'aide de la forme factorisée.
4. Montrer que

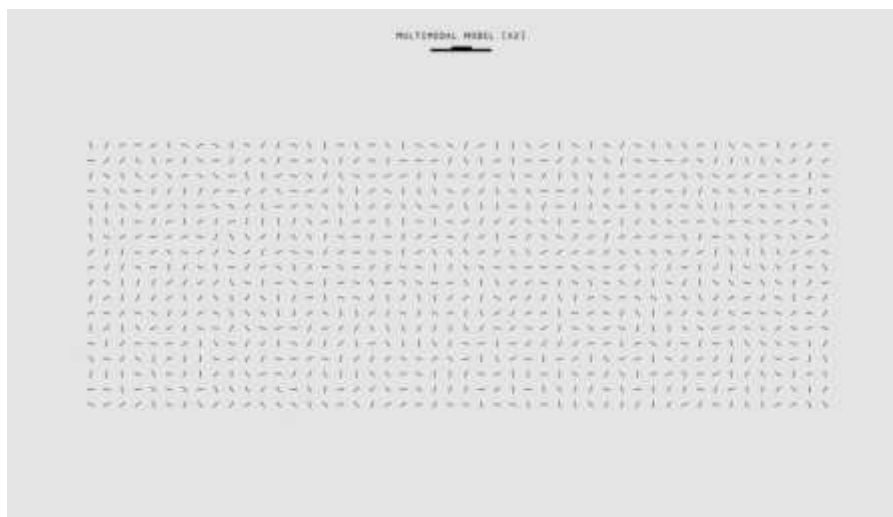
$$f(x) = (x - 3)^2 - 1.$$

5. En déduire la valeur minimale de f .
6. Résoudre :

$$f(x) \leq 0.$$

7. Esquisser la courbe représentative en utilisant les racines, l'axe de symétrie et le minimum.
8. Expliquer l'intérêt respectif de la forme développée, factorisée et canonique.

Exercice 29 — Taux de variation et idée de dérivée



Représentation graphique de la fonction étudiée

Indications de cours

Le taux de variation d'une fonction f entre a et b est

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Pour étudier le comportement d'une courbe très près d'un point d'abscisse a , on peut calculer le taux de variation entre a et $a + h$ pour des valeurs de h de plus en plus petites. Cette idée conduit en Première au nombre dérivé et à la tangente.

Énoncé

On considère

$$f(x) = x^2.$$

1. Calculer le taux de variation de f entre 2 et 3.
2. Calculer le taux de variation entre 2 et 2,5.
3. Calculer le taux de variation entre 2 et 2,1.
4. Pour $h \neq 0$, montrer que le taux de variation entre 2 et $2 + h$ vaut

$$4 + h.$$

- Quelle valeur semble être approchée lorsque h devient très proche de 0 ?
- La droite passant par le point $A(2; 4)$ et de coefficient directeur égal à cette valeur a pour équation $y = mx + p$. Déterminer m puis p .
- Tracer la parabole $y = x^2$ et cette droite sur un même repère. Décrire leur position au voisinage de A .

Exercice 30 — Grand problème de transition

Indications de cours

Ce dernier exercice mobilise plusieurs notions : pourcentages, fonction, équation, représentation graphique, probabilités et algorithmique. Il faut commencer par identifier les grandeurs, choisir des variables puis construire un modèle avant de calculer.

Énoncé

Une association organise un événement. Elle estime que, si le prix d'entrée est x euros avec

$$5 \leq x \leq 25,$$

le nombre de visiteurs sera approximativement

$$N(x) = 800 - 24x.$$

Les frais fixes sont de 2 000 € et chaque visiteur occasionne 2 € de frais supplémentaires.

- Expliquer pourquoi la recette peut être modélisée par

$$R(x) = x(800 - 24x).$$

- Exprimer le coût total $C(x)$ en fonction de x .
- Montrer que le bénéfice est donné par

$$B(x) = -24x^2 + 848x - 3\,600.$$

- Calculer $B(10)$, $B(15)$ et $B(20)$.
- À l'aide d'un tableau de valeurs ou d'un outil graphique, conjecturer le prix qui semble maximiser le bénéfice sur l'intervalle considéré.
- Une enquête indique que 60% des visiteurs achètent une boisson et que, parmi ceux-ci, 25% achètent aussi un sandwich. Pour 500 visiteurs, estimer le nombre de personnes achetant à la fois une boisson et un sandwich.
- Écrire une fonction Python `benefice(x)` qui renvoie $B(x)$.
- Écrire un programme testant tous les prix entiers de 5 € à 25 € afin de déterminer celui qui donne le bénéfice maximal parmi ces prix entiers.
- Si le nombre réel de visiteurs est finalement inférieur de 10% au modèle prévu, expliquer comment modifier $N(x)$.
- Recalculer alors le bénéfice pour un prix d'entrée de 15 €.
- Rédiger en cinq à huit lignes une conclusion destinée au responsable de l'association, en distinguant clairement le modèle mathématique, les résultats numériques et les limites de la prévision.



Pour aller en Première avec de bonnes bases

À la fin de ce cahier, l'élève doit notamment être capable de :

- calculer avec des fractions, des puissances et des racines carrées ;
- développer, factoriser et résoudre des équations ou inéquations simples ;
- utiliser les fonctions usuelles et interpréter leurs représentations ;
- manipuler coordonnées, vecteurs et équations de droites ;
- calculer et interpréter des indicateurs statistiques ;
- raisonner avec des probabilités sur des expériences simples ;
- lire, compléter et écrire de courts programmes Python ;
- aborder sans rupture les premières notions de suites, de second degré et de dérivation.

Fin du cahier — aucun corrigé n'est fourni dans cette version.