

CAHIER 1

Mesures, vecteurs et mécanique

De la modélisation expérimentale aux lois de Newton



Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

VERSION D'ENTRAÎNEMENT — sans correction

Sciences physiques — passage en L1

Niveau très exigeant, esprit prépa et ancienne série C

Objectif : calculer, modéliser, démontrer et interpréter sans raccourci

Présentation du cahier

Ce premier cahier installe les réflexes fondamentaux de la physique : analyser les dimensions, exploiter des mesures, manier les vecteurs, décrire un mouvement et appliquer les lois de Newton. Les derniers exercices introduisent les équations différentielles, les collisions et la mécanique orbitale, dans l'esprit d'une transition exigeante vers la L1.

Objectifs

- Maîtriser dimensions, unités, incertitudes et ordres de grandeur.
- Décrire un mouvement dans un repère et relier position, vitesse et accélération.
- Appliquer les lois de Newton à des systèmes contraints ou couplés.
- Aborder frottements, chocs, centre de masse et mouvement orbital.

Méthode de travail

- 1) Faire un schéma, choisir le système étudié et préciser le référentiel.
- 2) Écrire les lois littéralement avant toute application numérique.
- 3) Contrôler les unités, les ordres de grandeur et le nombre de chiffres significatifs.
- 4) Chercher au moins vingt minutes avant de consulter une aide ou une correction.
- 5) Rédiger une conclusion physique ou chimique, pas seulement un résultat numérique.

Cette version ne contient aucune correction. Utiliser ensuite le cahier jumeau corrigé pour comparer la démarche, pas seulement le résultat.

Constantes utiles

Constante	Valeur	Unité / remarque
Accélération de la pesanteur g	9,81	$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
Constante gravitationnelle G	$6,67 \times 10^{-11}$	$\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$
Célérité de la lumière c	$3,00 \times 10^8$	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
Charge élémentaire e	$1,602 \times 10^{-19}$	C
Constante d'Avogadro N_A	$6,022 \times 10^{23}$	mol^{-1}
Constante des gaz parfaits R	8,314	$\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante de Faraday F	$9,6485 \times 10^4$	$\text{C}\cdot\text{mol}^{-1}$

I. Mesures, dimensions et vecteurs

Exercice 1. Analyse dimensionnelle d'un pendule [Consolidation]

Éléments du cours mobilisés : Analyse dimensionnelle ; homogénéité d'une relation physique ; dimensions fondamentales M, L et T ; détermination d'exposants ; limites de l'analyse dimensionnelle.

Indications / méthode : Remplacer chaque grandeur par sa dimension, puis identifier séparément les exposants de M, L et T. Une constante numérique sans dimension ne peut pas être déterminée par la seule analyse dimensionnelle.

Formules / relations utiles : $[T] = T$; $[\ell] = L$; $[g] = L \cdot T^{-2}$; $[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$; $T = C \ell^a g^b$.

On suppose que la période T d'un pendule simple dépend seulement de sa longueur ℓ et de l'accélération de la pesanteur g , selon $T = C \ell^a g^b$.

- 1) Déterminer a et b par analyse dimensionnelle.
- 2) Une expérience donne $\ell = 0,800$ m et $T = 1,79$ s. Calculer la constante C .
- 3) Comparer C à 2π et commenter la portée de l'analyse dimensionnelle.
- 4) Une force de traînée s'écrit $F = kv^2$. Déterminer la dimension de k .

Espace de travail



Exercice 2. Mesure de g et propagation d'incertitudes [Consolidation]

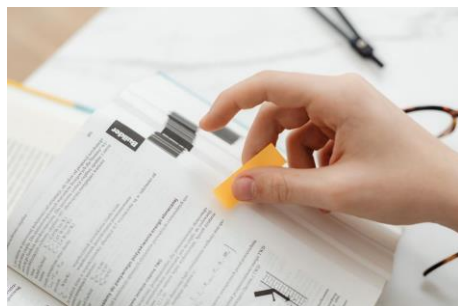
Éléments du cours mobilisés : Mesures expérimentales ; période d'un pendule ; incertitudes absolues et relatives ; propagation approchée des incertitudes ; chiffres significatifs.

Indications / méthode : Commencer par obtenir la période moyenne d'une oscillation. Pour l'incertitude, distinguer soigneusement grandeur mesurée, grandeur calculée et incertitude relative avant l'arrondi final.

Formules / relations utiles : $T = \Delta t / N$; $g = 4\pi^2 L / T^2$; $\Delta g / g \approx \Delta L / L + 2\Delta T / T$.

Un pendule de longueur $L = (2,000 \pm 0,002)$ m effectue 20 oscillations en $\Delta t = (56,80 \pm 0,10)$ s.

- 1) Calculer la période T et son incertitude absolue.



- 2) En utilisant $g = 4\pi^2 L / T^2$, déterminer g .
- 3) Estimer l'incertitude relative par $\Delta g / g \approx \Delta L / L + 2\Delta T / T$.
- 4) Présenter le résultat avec un nombre de chiffres significatifs cohérent.

Espace de travail

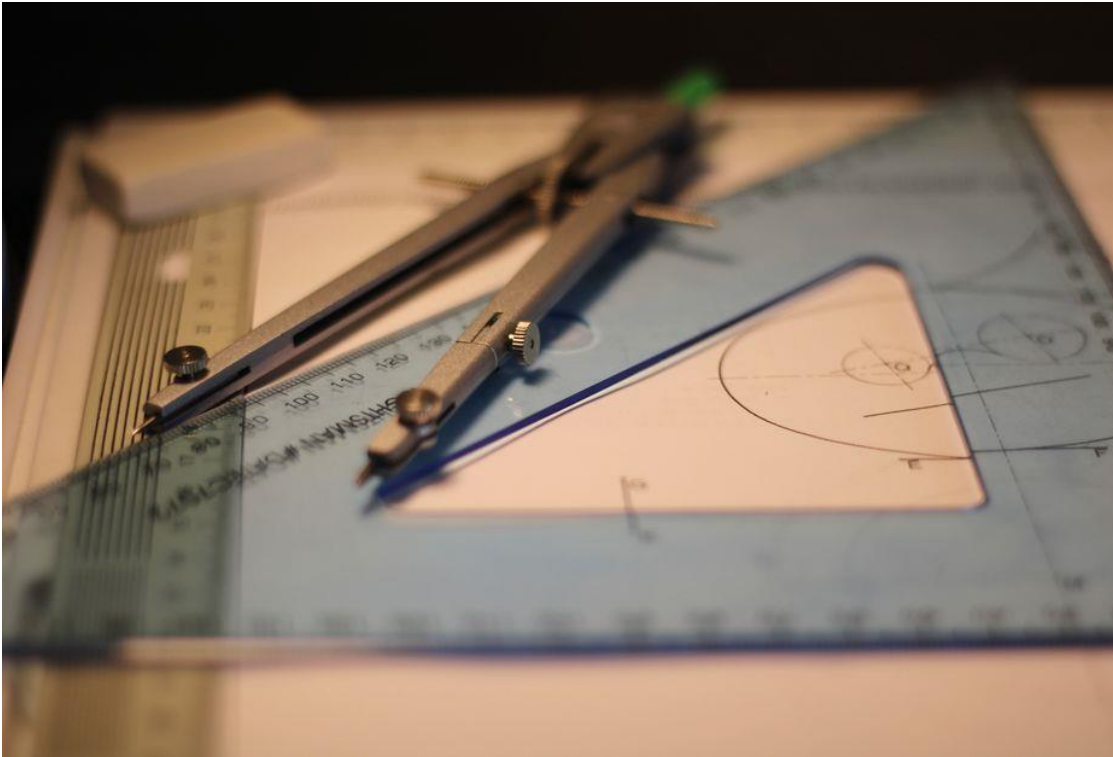


Figure geometrique pedagogique illustrant la notion

Exercice 3. Produit scalaire, déterminant et distance [Approfondissement]

Éléments du cours mobilisés : Vecteurs du plan ; norme ; produit scalaire ; déterminant ; angle entre deux vecteurs ; aire orientée ; projection orthogonale et distance point-droite.

Indications / méthode : Calculer d'abord les coordonnées des deux vecteurs. Utiliser ensuite le produit scalaire pour l'angle et le déterminant pour l'aire ; la projection fournit la composante parallèle à la droite.

Formules / relations utiles : $u \cdot v = \|u\| \|v\| \cos \theta$; $\det(u, v) = u_x v_y - u_y v_x$; Aire = $|\det(u, v)|/2$; $\text{proj}_u(v) = (u \cdot v / \|u\|^2) u$.

Dans un repère orthonormé, $A(1 ; -2)$, $B(5 ; 1)$ et $C(-1 ; 4)$.

- 1) Calculer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 2) Déterminer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
- 3) En déduire l'angle $\widehat{BAC}$ et l'aire du triangle ABC .





Figure geometrique pedagogique illustrant la notion

4) Calculer la projection orthogonale de AC sur AB puis la distance de C à la droite (AB).

Espace de travail

.....

.....

.....

.....

.....

II. Cinématique

Exercice 4. Mouvement rectiligne uniformément varié [Consolidation]

Éléments du cours mobilisés : Cinématique à une dimension ; position, vitesse et accélération ; dérivation ; mouvement uniformément accéléré ; lecture qualitative de graphes.

Indications / méthode : Dédurre successivement $v(t)$ puis $a(t)$ par dérivation. Pour les instants particuliers, traduire la phrase physique par une équation : arrêt signifie $v=0$; retour à la position initiale signifie $x(t)=x(0)$.

Formules / relations utiles : $v(t) = dx/dt$; $a(t) = dv/dt = d^2x/dt^2$; $x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$.

La position d'un mobile est $x(t) = 5 + 12t - 2t^2$, avec x en mètres et t en secondes.

- 1) Déterminer la vitesse et l'accélération.
- 2) À quel instant le mobile s'arrête-t-il ? Quelle est alors sa position ?
- 3) À quel instant repasse-t-il par sa position initiale ?
- 4) Représenter qualitativement $x(t)$, $v(t)$ et $a(t)$.

Espace de travail

.....

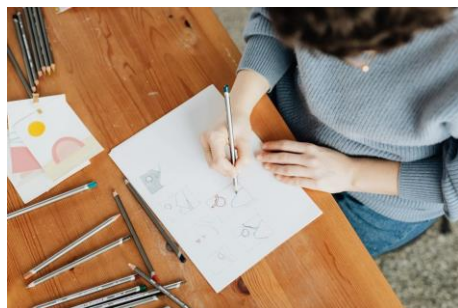
.....

.....

.....

.....

.....



Exercice 5. Projectile lancé depuis une hauteur [Approfondissement]

Éléments du cours mobilisés : Cinématique plane ; décomposition d'un vecteur vitesse ; chute libre ; équations horaires ; portée, sommet de trajectoire et vitesse d'impact.

Indications / méthode : Choisir x horizontal et y vertical. Décomposer la vitesse initiale en composantes, puis traiter séparément les deux axes. La durée de vol vient de la condition $y=0$.

Formules / relations utiles : $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$; $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$; $x = x_0 + v_{0x}t$; $y = h_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$; $v_y = v_{0y} - gt$.

Une balle est lancée depuis une hauteur $h_0 = 1,50$ m avec une vitesse $v_0 = 20,0$ m·s⁻¹, sous un angle de 35,0° au-dessus de l'horizontale. On néglige l'air.

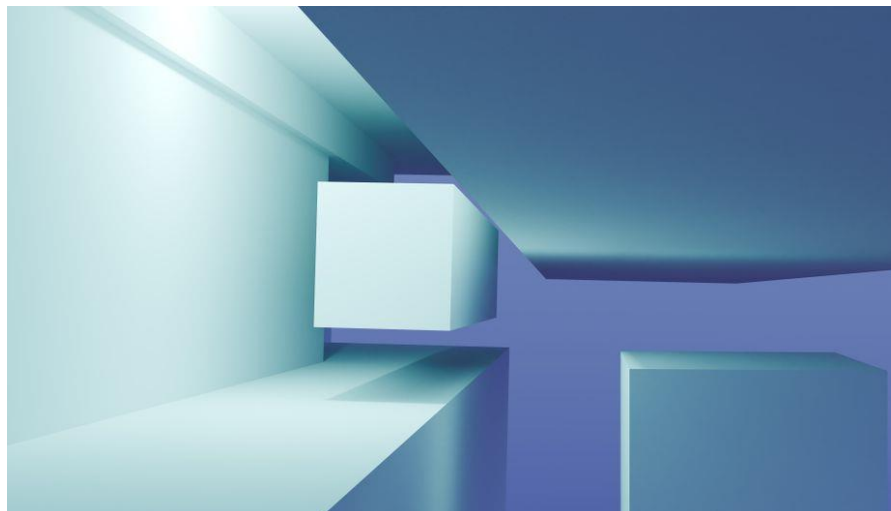


Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

- 1) Établir $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ et $v_y(t)$.
- 2) Déterminer la durée du vol et la portée.
- 3) Calculer la hauteur maximale.
- 4) Donner la norme et la direction de la vitesse juste avant l'impact.

Espace de travail

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Exercice 6. Traversée d'une rivière et vitesse relative [Approfondissement]

Éléments du cours mobilisés : Composition galiléenne des vitesses ; vecteurs vitesse ; mouvement relatif ; trigonométrie et temps de parcours.

Indications / méthode : Tracer le triangle des vitesses avant de calculer. Pour arriver exactement en face, imposer l'annulation de la composante est-ouest de la vitesse par rapport au sol.

Formules / relations utiles : $\vec{v}_{\text{bateau/sol}} = \vec{v}_{\text{bateau/eau}} + \vec{v}_{\text{eau/sol}}$; $t = \text{largeur/composante utile de la vitesse}$.



Une rivière large de 240 m coule vers l'est à $1,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Un bateau peut avancer à $4,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ par rapport à l'eau.

- 1) Sous quel angle, mesuré à l'ouest de la direction nord, faut-il orienter le bateau pour arriver exactement en face ?
- 2) Calculer le temps de traversée.
- 3) Si le pilote vise droit vers le nord, quelle sera la dérive vers l'est ?
- 4) Expliquer clairement l'addition des vitesses utilisée.

Espace de travail

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III. Lois de Newton et systèmes couplés

Exercice 7. Deux masses, poulie et frottement [Prépa]

Éléments du cours mobilisés : Deuxième loi de Newton ; bilan des forces ; tension d'un fil idéal ; frottements statique et cinétique ; systèmes couplés ; travail d'une force dissipative.

Indications / méthode : Isoler chaque masse et écrire une équation de Newton sur l'axe du mouvement. Tester séparément la possibilité de l'équilibre statique avant d'utiliser le frottement cinétique.

Formules / relations utiles : $\Sigma F = m a$; $f_c = \mu_c N$; $f_s \leq \mu_s N$; $W_f = -f \cdot d$.

Une masse $m_1 = 4,00 \text{ kg}$ repose sur une table horizontale et est reliée, par un fil idéal passant sur une poulie idéale, à une masse suspendue $m_2 = 3,00 \text{ kg}$. Le coefficient de frottement cinétique vaut $\mu_c = 0,200$.

- 1) Déterminer le sens du mouvement.
- 2) Établir l'accélération commune et la tension du fil.
- 3) Le coefficient de frottement statique vaut $\mu_s = 0,350$. Le système peut-il rester au repos ?
- 4) Calculer l'énergie dissipée par frottement après un déplacement de $1,20 \text{ m}$.

Espace de travail

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 8. Oscillation autour de l'équilibre sur un plan incliné [Prépa]

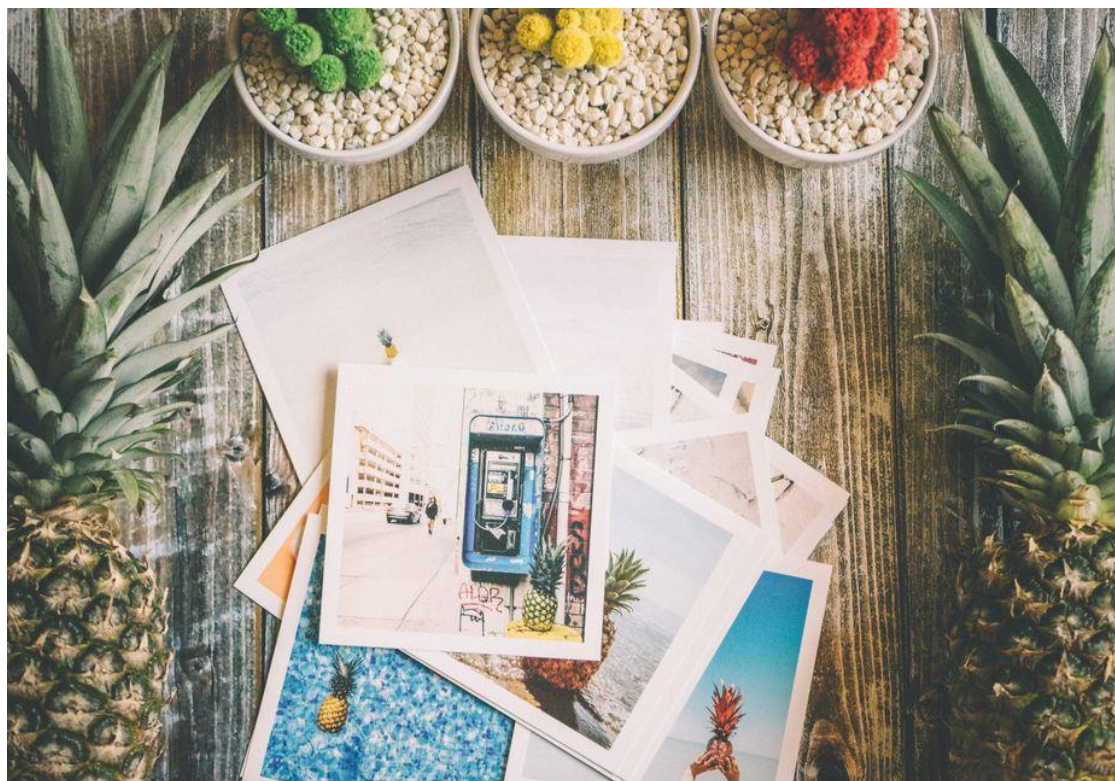


Image decorative en lien avec le theme general du cahier (mathematiques, etude), sans rapport avec un exercice precis

Éléments du cours mobilisés : Équilibre mécanique ; ressort de Hooke ; projection des forces ; oscillateur harmonique ; changement d'origine au point d'équilibre.

Indications / méthode : Déterminer d'abord l'allongement d'équilibre. Puis écrire la dynamique pour un déplacement ξ mesuré à partir de cet équilibre : le terme constant de pesanteur disparaît.

Formules / relations utiles : $F_r = -kx$; $kx_{eq} = mg \sin \alpha$; $\xi'' + (k/m)\xi = 0$; $\omega_0 = \sqrt{k/m}$; $T = 2\pi/\omega_0$.

Un bloc de masse $m = 2,00 \text{ kg}$ glisse sans frottement sur un plan incliné de 30° . Il est relié à un ressort de raideur $k = 200 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, parallèle au plan.

- 1) Déterminer l'allongement d'équilibre du ressort.
- 2) En notant ξ le déplacement par rapport à l'équilibre, établir l'équation différentielle.
- 3) Calculer la période.
- 4) Le bloc est écarté de $5,00 \text{ cm}$ vers le bas puis lâché sans vitesse. Donner $\xi(t)$ et la vitesse maximale.

Espace de travail

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 9. Virage relevé et adhérence [Prépa]

Éléments du cours mobilisés : Mouvement circulaire uniforme ; accélération centripète ; réaction normale ; frottement ; décomposition des forces ; conditions limites d'adhérence.

Indications / méthode : Faire un schéma radial/vertical. Sans frottement, les composantes de la réaction suffisent ; avec frottement, traiter séparément les deux sens possibles de glissement aux vitesses limites.

Formules / relations utiles : $a_c = v^2/r$; $\Sigma F_{rad} = mv^2/r$; $|f| \leq \mu N$; sans frottement : $\tan \theta = v^2/(rg)$.

Une automobile parcourt un virage circulaire de rayon $r = 80,0 \text{ m}$ à la vitesse de $20,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- 1) Quel angle de dévers permettrait le virage sans frottement ?



Figure géométrique pédagogique illustrant la notion

- 2) Sur une route horizontale, quel coefficient d'adhérence minimal serait nécessaire ?
- 3) Pour un dévers de $15,0^\circ$ et $\mu = 0,200$, déterminer les vitesses minimale et maximale compatibles avec l'absence de glissement.

4) Interpréter les deux limites.

Espace de travail

.....

.....

.....

.....

.....

.....

IV. Problèmes de synthèse

Exercice 10. Chute avec frottement linéaire [Défi]

Éléments du cours mobilisés : Deuxième loi de Newton ; force de frottement proportionnelle à la vitesse ; équation différentielle linéaire du premier ordre ; vitesse limite et constante de temps.

Indications / méthode : Adopter l'axe vertical orienté comme indiqué et respecter les signes. Identifier d'abord la solution stationnaire v_{lim} , puis résoudre l'équation pour l'écart $v - v_{\text{lim}}$.

Formules / relations utiles : $m \, dv/dt = mg - kv$; $v_{\text{lim}} = mg/k$; $\tau = m/k$; $v(t) = v_{\text{lim}}(1 - e^{-(t/\tau)})$ pour $v(0)=0$.

Une petite bille de masse m tombe verticalement dans un fluide. La force de frottement est $-kv$, l'axe étant orienté vers le bas. On prend $v(0)=0$.

- 1) Établir l'équation différentielle et la vitesse limite.
- 2) Résoudre l'équation pour $v(t)$.
- 3) Avec $m = 80,0 \text{ g}$ et $k = 2,00 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, calculer la constante de temps et la vitesse limite.
- 4) Déterminer le temps nécessaire pour atteindre 95 % de la vitesse limite et la distance parcourue à cet instant.

Espace de travail

.....

.....

.....

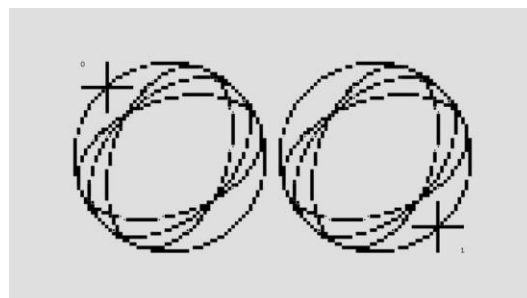
.....

.....

.....

.....

.....



Exercice 11. Collision, quantité de mouvement et énergie [Défi]

Éléments du cours mobilisés : Centre de masse ; quantité de mouvement ;

collisions parfaitement inélastique et élastique ; conservation de l'énergie cinétique selon le type de choc.

Indications / méthode : Commencer par la conservation de la quantité de mouvement, valable pour les deux chocs si les actions extérieures sont négligeables. N'imposer la conservation de l'énergie cinétique que pour le choc élastique.

Formules / relations utiles : $\vec{p} = m \vec{v}$; $V_{\text{CM}} = \Sigma m_i \vec{v}_i / \Sigma m_i$; $\Sigma \vec{p}_{\text{avant}} = \Sigma \vec{p}_{\text{après}}$; $E_c = \frac{1}{2} m v^2$.

Sur un axe horizontal, $m_1=2,00 \text{ kg}$ se déplace à $6,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $m_2=3,00 \text{ kg}$ à $-1,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- 1) Calculer la vitesse du centre de masse.
- 2) Les deux corps restent accrochés. Déterminer la vitesse finale et la perte d'énergie cinétique.
- 3) Refaire le calcul pour un choc parfaitement élastique.
- 4) Vérifier explicitement les conservations pertinentes.

Espace de travail

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

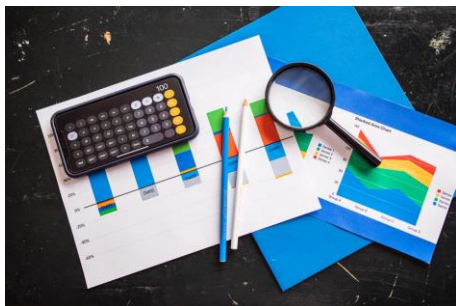
Exercice 12. Satellite en orbite circulaire [Très exigeant]

Éléments du cours mobilisés : Gravitation universelle ; champ de pesanteur ; mouvement circulaire ; énergie et vitesse orbitale ; troisième loi de Kepler ; vitesse de libération.

Indications / méthode : Relier d'abord GM_T à g_0 et R_T . Pour l'orbite circulaire, identifier force gravitationnelle et force centripète ; la loi de Kepler découle ensuite de la même égalité.

Formules / relations utiles : $g_0 = GM_T/R_T^2$; $GM_T m/r^2 = mv^2/r$; $v_{orb} = \sqrt{GM_T/r}$; $T = 2\pi\sqrt{r^3/GM_T}$; $v_{lib} = \sqrt{2GM_T/R_T}$.

On assimile la Terre à une sphère de rayon $R_T = 6,37 \times 10^6$ m. À sa surface $g_0 = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Un satellite est placé à l'altitude $h = 400$ km.



- 1) Exprimer GM_T en fonction de g_0 et R_T .
- 2) Calculer la vitesse orbitale et la période du satellite.
- 3) Calculer l'intensité de la pesanteur à cette altitude.
- 4) Établir la relation de Kepler $T^2 \propto r^3$ et calculer la vitesse de libération à la surface.

Espace de travail

.....

.....

.....

.....

.....

Bilan du cahier

Le cahier est maîtrisé si l'étudiant sait passer d'un texte à un modèle mécanique, choisir les axes utiles, établir les équations du mouvement et vérifier la cohérence de chaque résultat.

- ☐ Je sais identifier le système, les interactions et les hypothèses du modèle.
- ☐ Je maîtrise les équations littérales avant le calcul numérique.
- ☐ Je contrôle systématiquement dimensions, unités et ordre de grandeur.
- ☐ Je sais commenter les limites d'un modèle et interpréter physiquement le résultat.

Passer ensuite à la version corrigée du même cahier et comparer ligne par ligne la démarche suivie.